2.2 Welche Orientierungspunkte des zweiten Zyklus sind Schlüsselkompetenzen?

2.2.1 Priorisierung von Orientierungspunkten aus dem Lehrplan 21

Tabelle 2 enthält alle – den generellen Schlüsselkompetenzen zugeordneten – Orientierungspunkte des zweiten Zyklus, welche bis Ende der 4. Klasse anzustreben sind. Sollten diese unerreichbar bleiben, so schlagen wir eine Priorisierung der farbig markierten vor. Mit einem * gekennzeichnete Kompetenzbeschreibungen sind im Lehrplan 21 vor den Orientierungspunkten verortet, zeitlich also früher angesetzt. Sie ergänzen die Auflistung, weil sie für das kumulative Weiterlernen ebenso bedeutsam sind. In Kapitel 2.2.2 werden die zu priorisierenden Orientierungspunkte zu vier spezifischen Schlüsselkompetenzen verdichtet.

Tabelle 2: Zu priorisierende Orientierungspunkte bis Ende der 4. Klasse

Generelle Schlüsselkompetenzen Die Lernenden …	**Grundansprüche und zu priorisierende Grundansprüche (gelb markiert)** Die Lernenden …
vergleichen Anzahlen und Zahlpositionen, Stellenwerte, Grössen und Anteile	• zählen von beliebigen Zahlen bis 1 Million in Schritten vor- und rückwärts (MA.1.A.2.f). • ordnen Zahlen bis 1 Million, schätzen Positionen auf dem Zahlenstrahl (MA.1.A.2.f). • führen lineare und nichtlineare Zahlenfolgen weiter, bspw. 90, 81, 70, 57, … (*MA.3.A.3.c).
	• stellen die Bedeutung der Ziffern im Stellenwertsystem dar und nutzen die Stellenwerttafel beim Erforschen arithmetischer Strukturen, bspw. Plättchen legen, verschieben und Auswirkungen erklären (*MA.1.B.3.c und *MA.1.C.2.e). • lesen und schreiben natürliche Zahlen bis 1 Million (MA.1.A.1.f). • runden natürliche Zahlen auf 10er, 100er und 1’000er (MA.1.A.4.f).
	• schätzen und messen Grössen und wandeln diese in benachbarte Masseinheiten um: l, dl; m, cm, mm; kg, g, bspw. 2’000 g = 2 kg (*MA.3.A.2.e). • schätzen und vergleichen Längen, Volumen, Gewichte mit Repräsentanten (*MA.3.A.2.e). • schätzen Längen, Gewichte, Inhalte, Zeitpunkte, Zeitdauern und messen nach (MA.3.A.2.f). • kombinieren und variieren systematisch, bspw. Paarbildungen mit 6 Kindern (MA.3.B.2.b). • stellen Fragen zu statistischen Daten und beantworten diese (MA.3.B.2.b).
vergleichen Grundoperationen entlang operativer Beziehungen	• verdoppeln, halbieren, addieren und subtrahieren bis 100, ohne Zählen, mit 10er-Überträgen (*MA.1.A.3.c). • kennen die Produkte des kleinen Einmaleins (*MA.1.A.3.d). • zeigen und beschreiben Beziehungen in und zwischen Grundoperationen, bspw. 5 × 3, 5 × 4, 5 × 6 (*MA.1.C.2.d). • stellen Rechenwege zu den Grundoperationen dar, tauschen diese aus und vollziehen sie nach, bspw. 80 + 5 + 5 + 5 + 5 = 80 + 4 × 5; 347 – 160 → 160 + 40 + 147 = 347 (MA.1.C.1.e). • lassen sich auf offene Aufgaben ein, erforschen Beziehungen, formulieren Vermutungen, suchen eigene Lösungswege und tauschen sie aus (*MA.1.B.1.d und MA.1.B.1.f). • erkennen in grafischen Modellen multiplikative Beziehungen, insbesondere Verdoppelungen und 1 × mehr bzw. 1 × weniger (*MA.1.C.1.d). • nutzen 1mal-mehr und 1mal-weniger Beziehungen zwischen Produkten (bspw. 6 × 8 ist 8 mehr als 5 × 8) und das Kommutativgesetz, bspw. 8 × 3 = 3 × 8 (*MA.1.a.4.d). • nutzen Beziehungen zwischen kleinem Einmaleins und 10er-Einmaleins (*MA.1.A.4.e). • überprüfen die Division mit der Umkehroperation (Multiplikation) und der Addition, bspw. 28 : 7 = 4 → 28 = 4 × 7 → 28 = 7 + 7 + 7 + 7 (*MA.1.A.4.e und *MA.1.B.2.d). • begründen Divisionen mit Rest mit der Umkehroperation, bspw. 32 : 6 gibt Rest, weil 32 nicht in der 6er-Reihe ist (MA.1.B.2.e).

	• addieren und subtrahieren schriftlich (*MA.1.A.3.d). • zerlegen Produkte des kleinen Einmaleins in Faktoren, bspw. $36 = 6 \times 6 = 4 \times 9$ (*MA.1.A.3.c). • variieren Produkte systematisch und beschreiben Auswirkungen bzw. zeigen mit Anschauungsmaterial, bspw. 3×3, 6×3; 3×4, 6×4; 3×5, 6×5 (*MA.1.B.1.d).
vergleichen Daten in Sachsituationen mit Operationen und umgekehrt Operationen mit Sachsituationen und Darstellungen	• veranschaulichen Grundoperationen mit Handlungen, Sachbildern, Rechengeschichten und grafischen Strukturen und interpretieren Veranschaulichungen (*MA.1.C.2.d). • bilden zu Rechengeschichten Grundoperationen mit Platzhaltern bzw. Umkehroperationen, lösen und interpretieren diese, bspw. ein Geschenk kostet 36 Fr., 23 Fr. wurden gespart. Wie viel fehlt noch? (*MA.3.C.3.c). • konkretisieren Gleichungen mit einem Platzhalter durch Rechengeschichten oder Bilder, bspw. $28 + \_ = 50$ → ein Bus hat 50 Sitzplätze, 28 sind bereits besetzt (*MA.3.C.3.d). • konkretisieren Rechenterme und Tabellen, bspw. 125 Fr. + 4 Fr. + 4 Fr. + 4 Fr. – 34 Fr. → 125 Fr. Ersparnisse. 3 Wochen zu je 4 Franken Sackgeld. Kauf eines Balles für 34 Fr. (MA.3.C.3.e). • stellen Daten zu Längen, Inhalten, Gewichten, Zeitdauern, Anzahlen und Preisen in Tabellen und Diagrammen dar und interpretieren diese (MA.3.C.1.d). • beschreiben Wertetabellen zu proportionalen Zusammenhängen mit Geldbeträgen und führen diese weiter, bspw. 100 g → 5.40 Fr.; 200 g → 10.80 Fr.; 300 g → ... (MA.3.A.3.d).
	• suchen und lösen Grundoperationen zu Sachsituationen, Rechengeschichten und Bildern und interpretieren die Ergebnisse, bspw. 5 Häuser mit je 8 Klötzen (MA.3.C.2.b). • addieren, subtrahieren und vervielfachen Grössen: l, dl; m, cm, mm; kg, g (*MA.3.A.2.e). • stellen Fragen zu Texten, Tabellen und Diagrammen, führen eigene Berechnungen aus, interpretieren und überprüfen diese (MA.3.C.3.d). • stellen Fragen zu Beziehungen zwischen Grössen, erforschen diese und überprüfen funktionale Zusammenhänge, bspw. die Füllhöhe von ½ Liter, 1 Liter, 2 Litern in verschiedenen Gefässen (*MA.3.B.1.d und MA.3.B.1.e). • veranschaulichen Zahlenfolgen und Produkte, bspw. 1, 3, 6, 10, ... mit Plättchen (MA.3.C.2.f). • protokollieren Ergebnisse aus Zufallsexperimenten und interpretieren diese (MA.3.C.1.d).
vergleichen mit fachsprachlichen Begriffen und Symbolen	• verstehen und verwenden die Begriffe 1er, 10er (*MA.1.A.1.c). • verstehen und verwenden die Begriffe Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Rest, Zahlenstrahl, Quadratzahl, 100er, 1'000er, Stellenwerte (*MA.1.A.1.e). • verstehen und verwenden die Begriffe Summand, Summe, Differenz, Faktor, Produkt, Quotient (MA.1.A.1.f).

Anmerkung: * bedeuten Ergänzungen unterhalb der Orientierungspunkte.

2.2.2 Spezifisch aufzubauende Schlüsselkompetenzen bis Ende der 4. Klasse

Die folgenden – jeweils gross geschriebenen – spezifischen Schlüsselkompetenzen fassen die zu priorisierenden Orientierungspunkte der 4. Klasse zusammen. Sie informieren über für das Weiterlernen entscheidende Lernziele und geben an, was dabei minimal herausschauen soll (vgl. Kap. 1.4 und 1.5). Wir weisen nochmals darauf hin, dass ein Zusammenspiel von Lernangeboten zu allen Grundansprüchen notwendig ist für den maximalen Lerngewinn. Hinweis: Der Anhang A2 in der Broschüre enthält eine Checkliste mit den spezifischen Schlüsselkompetenzen zur 4. Klasse.

Stellenwerte vergleichen

Die Lernenden vergleichen abstrakte Ziffern mit dargestellten Ziffernwerten, sie nutzen die Stellenwerttafel beim Erforschen (Vergleichen) arithmetischer Strukturen, lesen und schreiben natürliche Zahlen bis 1 Million und runden auf 10er, 100er und 1'000er bzw. vergleichen mit diesen.

Gegenüber der gleichfarbigen Schlüsselkompetenz zur 2. Klasse wird das Stellenwertverständnis von 2 auf mindestens 4 Ziffern erweitert und auch auf das Runden bezogen (Vergleich mit 10er-, 100er-, 1'000er-Zahlen). Dies bei gleichem Anspruch, die Ziffern zu veranschaulichen. Die folgenden Hinweise richten sich an mögliche Lernanlässe und ordnen deren Bedeutung ein:

- Alle gängigen Lehrmittel enthalten Lernanlässe zur Stellenwerttafel, bspw. mit 6 Plättchen oder 6 Ziffernkarten 4-stellige Zahlen zu bilden und diese zu ordnen. Daraus kann u.a. die Erkenntnis hervorgehen, dass die grössten Ziffern in der 1'000er- und 100er-Stelle zu den grössten Zahlen und die kleinsten Ziffern in der 1'000er- und 100er-Stelle zu den kleinsten Zahlen führen (vgl. Abb. 7).

Abbildung 7 Mit Ziffernkarten Zahlen bilden

- Übungen zum flexiblen Vor- und Rückwärtszählen und zum Lesen und Schreiben von Zahlen tragen zur sicheren Anwendung des Stellenwertprinzips bei. Je nach Möglichkeiten und Bedingungen der Lernenden darf der Zahlenraum eingeschränkt werden (bspw. bis 100'000, 10'000 oder 1'000), weil vorerst das Stellenwert-Prinzip im Zentrum steht.
- Das Runden natürlicher Zahlen lässt sich dieser Schlüsselkompetenz zuordnen, weil es auch auf dem Prinzip der Stellenwerte beruht, zu diesem beiträgt und den Vergleich beliebiger Zahlen mit nächsten runden Zahlen (bspw. 100ern, 1'000ern) herausfordert. Das Stellenwertverständnis ist auch Voraussetzung für das Überschlagen von Operationen (bspw. $478 + 513 \approx 500 + 500 = 1'000$).
- Lernanlässe zum Schätzen und Vergleichen oder Umwandeln von Grössen bieten gute Gelegenheiten, um das Stellenwertprinzip weiter zu verinnerlichen und zu flexibilisieren (vgl. Kap. 3.1).
- Lernanlässe zum Stellenwertprinzip sollen zu einer flexiblen und sicheren Anwendung in operativen Strategien beitragen. Dies muss im Auge behalten werden, damit Lernprozesse auf das Wesentliche ausgerichtet bleiben.

Grundoperationen vergleichen

Die Lernenden vergleichen Grundoperationen bzw. sie erforschen, beschreiben und erklären operative Beziehungen, wenden diese in eigenen Strategien an und tauschen sie dialogisch aus. Sie verdoppeln, halbieren, addieren, subtrahieren und multiplizieren geläufig und routiniert bis 100 und vergleichen das kleine mit dem 10er-Einmaleins und nutzen Beziehungen zwischen diesen.

Gegenüber der gleichfarbigen Schlüsselkompetenz zur 2. Klasse erfährt diejenige zur 4. Klasse eine Erweiterung um die Division (ist in der Bezeichnung Grundoperationen enthalten). Die erhöhten Ansprüche sind auch daran abzulesen, dass im ersten Zyklus «lediglich» die Nutzung und in der Mitte des zweiten Zyklus das Zeigen, Beschreiben, Nutzen und Austauschen operativer Beziehungen eingefordert wird. Das Zusammenspiel der folgenden fünf Aspekte trägt zur spezifischen Schlüsselkompetenz bei. Wir weisen darauf hin, dass die Kompetenzbeschreibungen eingangs des zweiten

Zyklus mehrheitlich noch einmal Lerninhalte aufgreifen, die bereits zum Auftrag des ersten Zyklus gehörten. Dadurch entstehen in der 3. und 4. Klasse Zeiträume, um entscheidende Schlüsselkompetenzen zu sichern.

1. Aspekt: Die Lernenden verdoppeln, halbieren, addieren und subtrahieren bis 100 ohne Zählen (mit 10er-Überträgen) und vergleichen bzw. überprüfen die Ergebnisse

Der erste Aspekt bedingt Geläufigkeiten und Routinen und fordert die Überprüfung bzw. den Vergleich von Rechenwegen und Ergebnissen ein. Geläufigkeiten implizieren, dass das operative Beziehungswissen verinnerlicht und routiniert anwendbar ist. Beim Überprüfen bzw. Vergleichen muss das verinnerlichte Wissen ins Bewusstsein geholt werden, bspw. das Kommutativgesetz (3 + 96 = 96 + 3 oder 8 × 2 = 2 × 8), Beziehungen zwischen Umkehroperationen (76 – 64 = 12, weil 64 + 12 = 76) oder solchen innerhalb einer Grundoperation (bspw. 6 × 7 = 5 × 7 + 7). Das Verdoppeln, Halbieren, Addieren und Subtrahieren mit 10er-Überträgen erfordert den Transfer von Strategien bis 20 auf solche bis 100 (bspw. 8 + 7 = 5 + 5 + 3 + 2 → 58 + 27 = 50 + 20 + 5 + 5 + 3 + 2 = 85).

2. Aspekt: Die Lernenden vergleichen Grundoperationen, sie zeigen und beschreiben operative Beziehungen, stellen Rechenwege dar, tauschen solche aus und vollziehen sie nach.

3. Aspekt: Sie lassen sich auf offene Aufgaben ein, erforschen Beziehungen, formulieren Vermutungen, suchen eigene Lösungswege und vergleichen diese mit anderen.

Die beiden weiteren Aspekte verweisen darauf, wie Beziehungen innerhalb und zwischen den Grundoperationen bewusstwerden können. Dies soll in verschiedenen Gelegenheiten des Vergleichens erfolgen, bspw. beim Erforschen, Darstellen, Zeigen, Beschreiben, Begründen von Regelmässigkeiten in strukturierten Päckchen (bspw. 135 + 65, 145 + 75, 155 + 85 etc.; vgl. Kap. 3.1).

4. Aspekt: Die Lernenden vergleichen multiplikative Strukturen in grafischen Modellen, insbesondere Verdoppelungen, 1 × mehr und 1 × weniger und nutzen die operativen Beziehungen in eigenen Strategien. Sie rufen die Produkte des kleinen Einmaleins geläufig ab und vergleichen dieses mit dem 10er-Einmaleins.

Auch der vierte Aspekt zur Multiplikation bezieht sich auf ein explizites Beziehungswissen, welches über das Vergleichen grafischer Strukturen und deren Mathematisierung entlang von Zeigen, Beschreiben, Erklären und Anwenden aufgebaut werden soll. Die Mathematisierung grafischer Modelle mit Produkten (namentlich 1 × mehr und 1 × weniger) und deren Anwendung in eigenen Strategien (bspw. 4 × 7 mit 5 × 7 vergleichen) lässt sich in einer auf solche Vergleiche ausgerichteten Erarbeitung des Einmaleins nutzen (Gaidoschik 2014). Darin werden weniger geläufige Aufgaben wie 6 × 7 von zu automatisierenden Kernaufgaben wie 5 × 7 abgeleitet. Zu den Kernaufgaben gehören 2 ×, 10 × und 5 × jeder Malreihe. Die Strategie «1 × mehr» führt zu 3 ×, 11 × und 6 × und die Strategie «1 × weniger» zu 4 × und 9 × (vgl. Abb. 8). «In eigenen Strategien anwenden» und «Automatisieren des Einmaleins» widersprechen sich nicht: Obschon das Einmaleins ab der 4. Klasse geläufig abrufbar sein sollte, müssen sich Lernende mit effizienten Strategien zu helfen wissen, wenn das nicht (mehr) möglich ist.

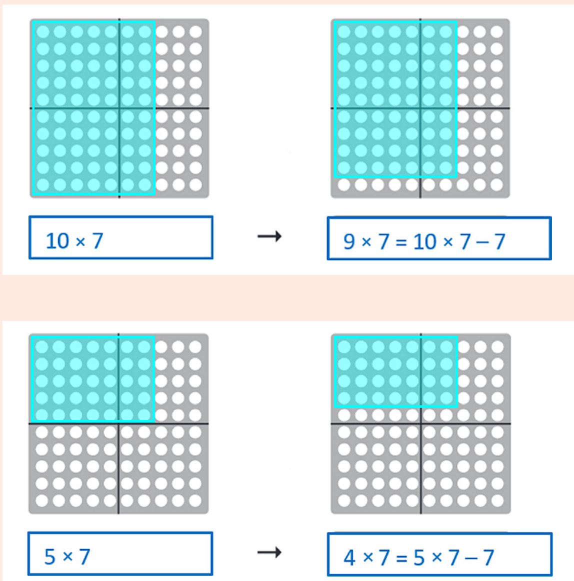

Abbildung 8 Einmal weniger: 9 × 7 mit 10 × 7 und 4 × 7 mit 5 × 7 vergleichen

5. Aspekt: Die Lernenden vergleichen bzw. überprüfen Divisionen mit Umkehroperationen (auch solche mit Rest) und der Addition.

Divisionen lassen sich mit Multiplikationen (bspw. 240 : 80 = 3, weil 3 × 80 = 240) und Additionen (80 + 80 + 80) vergleichen bzw. überprüfen. Die Kontrolle von Divisionen mit Rest trägt zu einem vertieften Verständnis gegenüber operativer Beziehungen zwischen allen Grundoperationen bei: Wird der Rest vom Dividenden subtrahiert, so ergibt die Division keinen Rest mehr.

Hinweis: Schriftliche Additionen und Subtraktionen im Sinne einer blossen Durchführen von Algorithmen bzw. «Rezepten» sind kaum relevant für das kumulative Weiterlernen. Hingegen wäre es sinnvoll, die schriftlichen Operationen aus der Optik «Stellenwertprinzip» anzugehen und mit Darstellen, Überschlagen, Vermuten, Begründen und Austauschen zu verbinden.

Sachsituationen mit mathematischen Modellen vergleichen

Die Lernenden vergleichen Grundoperationen und Terme, die Umkehroperationen erfordern (bspw. 32 + _ = 58 → 58 – 32 = 26) mit Handlungen, Sachbildern, Rechengeschichten und grafischen Strukturen.
Sie vergleichen Masszahlen bzw. sie stellen Daten zu Längen, Volumen in Litern, Gewichten, Zeitdauern, Anzahlen und Preisen in Tabellen und Diagrammen dar, interpretieren diese und beschreiben Wertetabellen mit proportionalen Zusammenhängen.

Gegenüber der Schlüsselkompetenz «Sachaufgaben» zur 2. Klasse enthält die Schlüsselkompetenz zur 4. Klasse eine Erweiterung um «Terme, die Umkehroperationen erfordern», «Anschauungsmittel wie Grafiken, Diagramme und Tabellen» sowie um «Daten mit Grössen und deren tabellarischer und grafischer Darstellung interpretieren». Identisch sind die Erwartungen, dargestellte Sachsituationen zu modellieren und umgekehrt, Operationen mit Sachbezügen zu entfalten (vgl. Kap. 2.1.2). Die folgenden Hinweise richten sich an mögliche Lernanlässe:

- Die Erweiterung um «Terme, die Umkehroperationen erfordern», soll zu neuen Grundvorstellungen beitragen (vgl. Selter & Zannetin 2018, S. 47). So kann bspw. 13 + 24 zu einem Sachkontext führen, welcher einer Zusammenfassung der Summanden entspricht, bspw. «auf einer Wiese sind 13 Mädchen und 24 Jungs». In einem anderen Kontext wird einer Anzahl etwas aktiv hinzugefügt, bspw. «eine Lehrperson steigt mit 23 Kindern in einen Bus ein, in dem bereits 13 Personen sitzen. Wie viele sind nun im Bus?» Und schliesslich kann die Sachsituation auch darin bestehen, dass 13 von 37 Kindern auf einer Wiese herumstehen, während sich die anderen bewegen. Die Ermittlung der bewegungsaktiven Kinder führt zur Gleichung 13 + _ = 37 bzw. zu 37 – 13 = 24.
- Das Vergleichen und Darstellen von Grössen und Masszahlen erfordert ein spezifisches Stellenwertverständnis. Jeweils nächste Stellenwerte sind bspw. innerhalb von Längenmassen uneinheitlich: Milli-, Zenti-, Dezimeter und Meter sind 10-teilig, hingegen ist der Meter zum Kilometer 1’000-teilig. Analoge Unregelmässigkeiten bestehen auch zwischen Volumen: Deziliter und Liter sind bspw. 10-teilig während das Verhältnis zwischen Litern und Hektolitern 1 zu 100 beträgt.
- Das Vergleichen von Masszahlen in Grafiken und Tabellen bedarf einer Unterscheidung: In Grafiken – wie (kardinalen) Säulendiagrammen – können Masseinheiten und Verhältnisse sichtbar gemacht werden. Bspw. reicht eine Säule zu 1 Meter bis zum Skalenwert 1 und 1 Kilometer zum Wert 1’000. Tabellen hingegen ordnen Symbole (Masszahlen) und entfalten diese nicht in ihrer (kardinalen) Bedeutung. Diese Unterscheidung ist insofern

relevant, als Tabellen mit abstrakten Masszahlen deren Bedeutung und Verhältnisse voraussetzen, wohingegen grafische Darstellungen u.a. darauf vorbereiten. Das Beschreiben und Weiterführen von Wertetabellen zu proportionalen Zusammenhängen mit Grössen, bspw. 100 g → 5.40 Fr.; 200 g → 10.80 Fr.; 300 g → 16.20 Fr. stellt einen angewandten Beitrag zu einem flexiblen multiplikativen Beziehungswissen und einem spezifischen Stellenwertverständnis dar (bspw. je 100 Rappen ergeben 1 Franken).

Mit fachsprachlichen Begriffen und Symbolen vergleichen

Die Lernenden vergleichen mit den Begriffen **Addition,** Summand, **Summe, Subtraktion, Differenz (Unterschied), Multiplikation,** Faktor, **Produkt, Division,** Quotient, **Rest,** Zahlenstrahl, Quadratzahl, **1'000er, 100er, 10er, 1er, Stellenwerte** und den **Grundoperationszeichen** (fett: 1. Priorität, andere: 2. Priorität).

Das Vergleichen mit Begriffen und Symbolen kann über die Handlungsaspekte und eine gezielte Verinnerlichung erfolgen. Dialogische und kooperative Lernanlässe eignen sich, um deren mündliche und schriftliche Rezeption und Produktion natürlich herauszufordern.

(vgl. Kap. 3.2, 3.3). Wir emfehlen, bis Ende der 4. Klasse prioritär (noch) bestehende Unsicherheiten und Fehlkonzepte zu Grundoperationen und Stellenwerten anzugehen. In einer Etappierung können vorerst die fett gesetzten und anschliessend die übrigen angegangen werden. Im Zentrum stehen die Begriffe (Konzepte) Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, welche die bisher gebräuchlichen Bezeichnungen Plus-, Minus-, Mal- und Geteiltaufgaben ablösen.